巴中市高 2019 届第一次诊断性考试

文科数学参考答案与评分标准

一．选择题：每小题 5 分，共 60 分．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	**C**	**D**	**B**	**A**	**B**	**C**	**A**	**A**	**B**	**D**	**B**	**C**

1．**简析**：本题考查集合的表示及补集与交集运算，本题由 2018 年高考试题全国Ⅲ卷第 1 题改编，注重考查基础知识，突出基础性．选 C.

简解一：$\complement_{\mathbf{R}}B=\{x\,|\,x\leqslant 1\}$，故 $A\bigcap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{0,\ 1\}$．

简解二：由 $0,\ 1\notin B$，但 $2\in B$ 知，$A\bigcap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{0,\ 1\}$．

2．**简析**：本题考查复数的代数形式及其运算及共轭复数的概念，本题由 2017 年高考试题全国Ⅲ卷第 2 题改编，注重考查基础知识，突出基础性，选 D.

简解一：由 $z(1-\mathrm{i})=2\mathrm{i}$ 知：$z=\dfrac{2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{2\mathrm{i}(1+\mathrm{i})}{2}=-1+\mathrm{i}$，故 $\bar{z}=-1-\mathrm{i}$．

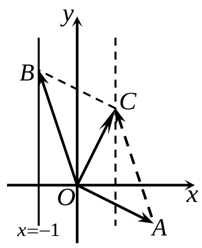
简解二：由 $z(1-\mathrm{i})=2\mathrm{i}$ 知：$z(1-\mathrm{i})^2=2\mathrm{i}(1-\mathrm{i})$，即 $z=-1+\mathrm{i}$，故 $\bar{z}=-1-\mathrm{i}$．

简解三：由 $z(1-\mathrm{i})=2\mathrm{i}$ 得：$\bar{z}(1+\mathrm{i})=-2\mathrm{i}=-(1+\mathrm{i})^2$，故 $\bar{z}=-1-\mathrm{i}$．

3．**简析**：本题考查三视图的基础知识，空间想象能力和逻辑推理能力，本题由 2016 年高考试题文科浙江卷第 9 题改编，以正方体和组合体为背景，注重基础性与综合性，选 B.

简解：由三视图知，该几何体是在棱长为 2 的正方体上半部分被截去左前方、右前方和右后方 3 个棱长为 1 的小正方体所得的组合体．故其体积为 5.

4．**简析**：本题考查平面向量的坐标表示与基本运算，平面向量垂直的条件及向量数量的分配律，向量运算的几何意义及数形结合思想等基础知识与思想方法，考查运算求解能力．本题参考 2018 年高考全国Ⅱ卷第 4 题及 2018 年高考全国Ⅲ卷第 13 题进行设计，注重基础性与综合性．选 A.



简解一：由已知得：$\vec{a}+\vec{b}=(1,\ x-1)$，$\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=0$，所以 $2-(x-1)=0$，解得 $x=3$．

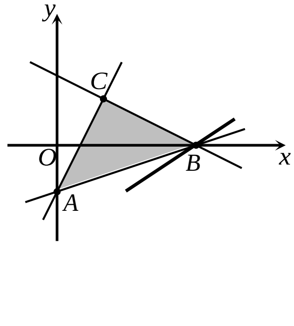
简解二：由 $\vec{a}\perp(\vec{a}+\vec{b})$ 得 $\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}=5+(-2-x)=0$，解得 $x=3$．

简解三：如右图，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{a}+\vec{b}$，由 $\vec{b}=(-1,\ x)$ 知，向量 $\vec{b}$ 的终点在直线 $x=-1$，故由 $\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OA}$ 知，点 C 的坐标为 $(1,\ 2)$，从而 $\vec{b}=(-1,\ 3)$．也可借助图形直观观察并结合选项得出结论，或代入验证．

5．**简析**：本题考查圆的方程、数形结合思想等基础知识与思想方法，考查运算求解能力．注重基础性与综合性．选 A.

6．**简析**：本题考查等差数列的通项公式与求和公式及等差中项等基础知识，考查运算求解能力，考查函数方程思想及特殊与一般的思想．本题参考 2017 年高考试题全国Ⅱ卷第 4 题进行设计，注重基础性与应用性，选 C.

简解一：设首项与公差分别为 $a_1,\ d$，则由题意得：$S_9=9a_1+36d=36$，故 $a_5=a_1+4d=4$．



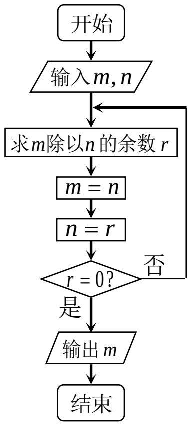
简解二：由题意得：$S_9=\dfrac{9(a_1+a_9)}{2}=9a_5=36$，故 $a_5=4$．

简解三：由等差数列的定义与通项公式知满足 $S_9=36$ 的等差数列不唯一，而 $a_n=4$ 符合题意，故 $a_5=4$．

7．**简析**：本题考查线性规划的基本思想与方法，考查数形结合思想，运算求解能力．本题参考 2017 年高考试题全国Ⅱ卷第 14 题和 2017 年高考试题全国Ⅲ卷第 13 题进行设计，注重基础性与应用性，选 A.

简解一：分别求出可行域边界直线的三个交点为 $A(0,\ -1),\ B(3,\ 0),\ C(1,\ 1)$，取特殊点 $(1,0)$ 验证知，可行域为 $\triangle ABC$ 及其内部，代 A，B，C 的坐标入目标函数知当目标函数 $z=2x-3y$ 对应的直线过点 $B(3,\ 0)$ 时，目标函数 z 的最大值为 6.

简解二：作出约束条件对应的可行域，由目标函数 $z=2x-3y$ 知，z 是 x 的增函数且是 y 的减函数，故目标函数 $z=2x-3y$ 对应的直线位于最右下方即过点 $B(3,\ 0)$ 时，目标函数 z 的最大值为 6.



8．**简析：**本题考查算法程序框图的逻辑结构（直到型循环结构），考查对算法含义的理解及算法思想的理解与掌握．试题以欧几里得在公元前 300 年左右提出的“辗转相除法”为背景改编，注重数学文化的渗透，体现基础性、应用性及创新性．选 A．

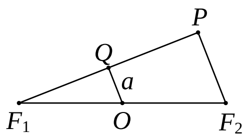
简解：用列表法解答．输入 m=236，n=74 后，逐次执行循环体的结果如下表：

执行循环体次数	r	m	n	是否满足 r=0	输出 m
第一次	14	74	14	否	
第二次	4	14	4	否	
第三次	2	4	2	否	
第四次	0	2	0	是	2

9．**简析：**本题考查圆锥和球的概念及圆锥的侧面积与体积公式，球的表面积与体积公式，考查空间想象能力和运算求解能力．本题为自编题，注重基础性、综合性与创新性，选 B．

简解：设球半径为 r，圆锥的高为 h，则圆锥的底面半径为 $2r$，于是由题意得 $\frac{1}{3}\pi(2r)^2h=\frac{4}{3}\pi r^3$，所以 $h=r$，故 $S_{圆锥侧}:S_{球}=\pi(2r)\sqrt{(2r)^2+h^2}:4\pi r^2=2\sqrt{5}:4=\sqrt{5}:2$．

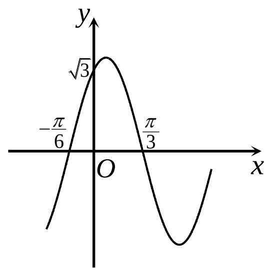
10．**简析：**本题考查双曲线的标准方程及离心率等基础知识，考查数形结合思想与方程思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力．本题为改编题，注重基础性、综合性、应用性与创新性，选 D．



简解：如右图，由题意得 $|PF_1|-|PF_2|=2a,\ \ |PF_2|=2a,\ \ |PF_1|^2+|PF_2|^2=4c^2$，所以 $4c^2=20a^2$，故 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$．

11．**简析：**本题考查正弦型函数的图象与性质，对中心对称的理解，考查数形结合思想与方程思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力．本题为自编题，注重基础性、综合性、应用性和创新性，选 B．

简解一：由题意得 $\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2},\ T=\pi$，由 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$ 且 $T=\frac{2\pi}{\omega}$ 得 $\omega=2,\ \varphi=\frac{\pi}{3}$，即 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，所以函数 $f(x)$ 的图象的对称轴方程为 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}\ \ (k\in\mathbf{Z})$，取 $k=0$ 得 $x=\frac{\pi}{12}$．



简解二：由题意得 $\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2},\ T=\pi$，由 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$ 且 $T=\frac{2\pi}{\omega}$ 得 $\omega=2,\ \varphi=\frac{\pi}{3}$，即 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，观察 $f(x)$ 的图象（如右图）知 $x=\frac{\pi}{12}$ 为一条对称轴．

简解三：由题意得 $\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2},\ T=\pi$，由 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$ 且 $T=\frac{2\pi}{\omega}$ 得 $\omega=2,\ \varphi=\frac{\pi}{3}$，即 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$．故将 $y=\sin x$ 的图象先向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到 $y=\sin(x+\frac{\pi}{3})$ 的图象，再 $y=\sin(x+\frac{\pi}{3})$ 的图象上的所有点的横坐标缩短到原来的一半（纵坐标不变）得到 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象，最后将 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 图象上的所有点的纵坐标伸长到原来的 2 倍（横坐标不变）得到 $f(x)$ 的图象，所以 $x=\frac{\pi}{12}$ 为一条对称轴．

简解四：由题意得 $T=\pi$，$\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$，由 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$ 且 $T=\frac{2\pi}{\omega}$ 得 $\omega=2,\ \varphi=\frac{\pi}{3}$，即 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$．代选项验证知，选 B．

12．**简析：**考查不等式的性质，实数的大小比较，对数函数的单调性，考查特殊与一般的思想和化归转化思想，考查推理论证能力、运算求解能力和灵活运用知识分析解决问题的能力．本题为改编题，参考了 2016 年全国Ⅰ卷第 8 题、2018 年全国Ⅲ卷第 12 题的命题思路，体现基础性、综合性与创新性．选

C．

简解一：由 $1<a<2$ 知：$0<\ln a<1<a<2$，故 $0<\ln^2 a<a\ln a<2\ln a$，所以 $\frac{\ln^2 a}{a^2}<\frac{a\ln a}{a^2}<\frac{2\ln a}{a^2}$．

简解二：$a=\sqrt{e}$，则 $\frac{\ln a}{a}=\frac{\sqrt{e}}{2e}$，$(\frac{\ln a}{a})^2=\frac{1}{4e}$，$\frac{2\ln a}{a^2}=\frac{1}{e}$，又 $\frac{1}{4e}<\frac{\sqrt{e}}{2e}<\frac{1}{e}$，故 $\frac{\ln^2 a}{a^2}<\frac{a\ln a}{a^2}<\frac{2\ln a}{a^2}$．

简解三：令 $f(x)=x-\ln x,\ 1<x<2$，则 $f'(x)=1-\frac{1}{x}>0$，故 $f(x)=x-\ln x,\ 1<x<2$ 为增函数，所以 $f(x)=x-\ln x>f(1)=1>0$，故 $a>\ln a>0$，即 $1>\frac{\ln a}{a}>0$，所以 $(\frac{\ln a}{a})^2<\frac{\ln a}{a}$；又 $\frac{2\ln a}{a^2}-\frac{\ln a}{a}=\frac{2\ln a-a\ln a}{a^2}>0$，所以 $(\frac{\ln a}{a})^2<\frac{\ln a}{a}<\frac{2\ln a}{a^2}$．

二．填空题：每小题 5 分，共 20 分．

13．$\underline{\frac{1}{2}}$．　　14．$\underline{3x-y-4=0}$．　　15．$\underline{a_n=\frac{1}{2^n}}$．　　16．$\underline{(-\infty,\ 1]}$．

13．**简析**：本题考查对数的概念，指数式与对数式的变换，对数及指数幂运算等基础知识，考查运算求解能力．本题为自编题，体现基础性、综合性．

简解一：由 $\log_a 4=-2$ 得 $a^{-2}=4$ 且 $a>0$，故 $a=4^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$．

简解二：由 $\log_a 4=-2$ 得 $a^{-2}=4$ 且 $a>0$，故 $a^2=\frac{1}{4}$，所以 $a=\frac{1}{2}$．

简解三：由 $\log_a 4=-2$ 得 $2\log_a 2=-2$，故 $\log_a 2=-1$，所以 $a=\frac{1}{2}$．

简解四：由 $\log_a 4=-2$ 得 $\log_a\frac{1}{4}=2$，故 $\log_a\frac{1}{2}=1$，所以 $a=\frac{1}{2}$．

14．**简析**：本题考查导数公式、求导法则、导数的几何意义直线方程等基础知识，考查运算求解能力．本题为自编题，体现基础性、综合性．

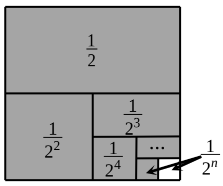
简解：由题意得 $f'(x)=x+\frac{1}{x-1}\ (x>1)$，$f'(2)=3$，切点为 $(2,f(2))$ 即 $(2,\ 2)$，所以曲线 $y=f(x)$ 的斜率最小的切线方程为 $3x-y-4=0$．

15．**简析**：本题考查数列的通项及前 n 项和的概念，考查逻辑推理能力和运算求解能力．本题依据《庄子·天下篇》中记载的“一尺之棰，日取其半，万世不竭”设计，与“二分法”关联，也可视为改编自 2016 年浙江卷理科数学第 13 题，体现基础性与综合性．

简解一：由 $a_n+S_n=1$ 知：当 $n=1$ 时有 $2a_1=1$ 即 $a_1=\frac{1}{2}$，当 $n\geqslant 2$ 时，有 $a_{n-1}+S_{n-1}=1$，故 $a_n+S_n=a_{n-1}+S_{n-1}$，变形得：$2a_n+S_n-S_{n-1}=a_{n-1}$，由 $a_n=S_n-S_{n-1}(n\geqslant 2)$ 知 $a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}$，所以 $a_n=\frac{1}{2^n}$．

简解二：由 $a_n+S_n=1$ 知：当 $n=1$ 时有 $2S_1=1$ 即 $S_1=\frac{1}{2}$，又当 $n\geqslant 2$ 时 $a_n=S_n-S_{n-1}$，故 $2S_n-S_{n-1}=1$，变形得：$S_n-1=\frac{1}{2}(S_{n-1}-1)$，于是 $S_n-1=-\frac{1}{2^n}$，所以 $a_n=\frac{1}{2^n}$．

简解三：从特殊到一般，归纳得出通项公式．由 $a_n+S_n=1$，分别取 $n=1,\ 2,\ 3$ 可计算得：$a_1=\frac{1}{2}$，$a_2=\frac{1}{4}$，$a_3=\frac{1}{8}$，猜想 $a_n=\frac{1}{2^n}$，回代验证知结论正确．



简解四：如右图，将边长为 1 的正方形进行如下切割，第一次取其面积的 $\frac{1}{2}$，以后各次取剩余部分面积的 $\frac{1}{2}$，记各次取得的面积依次为 a_n，前 n 次取下的面积的总和为 S_n，则有 $a_n+S_n=1$，$a_n=\frac{1}{2^n}$．

16．**简析**：本题考查二次函数、对数函数的单调性和不等式等基础知识，考查数形结合思想与化眼转化思想和分类与整合思想，考查逻辑推理能力与运算求解能力．本题为自编题．

简解一：令 $t=\log_3 x$，则由 $x\in(1,\ 3$ 知 $t\in(0,\ 1)$，于是问题等价于对任意 $t\in(0,\ 1$，恒有 $h(t)=t^2+2at-3<0$，由二次函数的图象与性质知，必须且只需 $\begin{cases}h(0)=-3\leqslant 0,\\ h(1)=1+2a-3\leqslant 0.\end{cases}$ 解得 $a\leqslant 1$．

简解二：令 $t=\log_3 x$，则由 $x\in(1,\ 3$ 知 $t\in(0,\ 1)$，于是问题等价于对任意 $t\in(0,\ 1$，恒有

$t^2+2at-3<0$. 由 $t^2+2at-3<0$，$t\in(0,\ 1)$ 得 $a<\frac{1}{2}(\frac{3}{t}-t)$. 因函数 $y=\frac{1}{2}(\frac{3}{t}-t)$ 在 $(0,\ 1)$ 内是减函数，故 $y<\frac{1}{2}(\frac{3}{1}-1)=1$，所以 $a\leqslant 1$.

三．解答题：共 70 分.

（一）必考题：共 60 分.

17.（本题 12 分）

分析: 本题考查对三角恒等变换的基本公式与方法的掌握情况，正弦和余弦定理及面积公式等基础知识，考查化归转化思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，以及分析与解决问题的能力．本题为自编题，命制时充分分析参考了 2017 年高考试题全国III卷第 17 题的命题思路，在考查三角函数与解三角形模块的系统知识与方法的同时，兼顾了三角函数与解析几何的联系，体现基础性、综合性、应用性与创新性.

解:（1） $f(x)=\sin x+\cos x$ ··························· 2 分

$=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$ ··························· 3 分

∴ $f(x)$ 取得最大值为 $\sqrt{2}$ ··························· 4 分

又 $f(A)=\sqrt{2}=\frac{b}{3}$, $0<A<\pi$

∴ $A=\frac{\pi}{4}$, $b=3\sqrt{2}$ ··························· 6 分

（2）**解法一：**

由 $\tan C=-7$ 得： $\sin C=-7\cos C$ ··························· 7 分

∴ $\sin^2 C=49\cos^2 C$

又 $\sin^2 C+\cos^2 C=1$，故 $50\cos^2 C=1$ ··························· 8 分

∵ $C\in(0\ \pi$ 且 $\tan C<0$

∴ $\cos C=-\frac{\sqrt{2}}{10}$, $\sin C=\frac{7\sqrt{2}}{10}$ ··························· 9 分

∴ $\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{7\sqrt{2}}{10}-\frac{\sqrt{2}}{10})=\frac{3}{5}$ ··························· 10 分

由正弦定理，得： $a=\frac{b\sin A}{\sin B}=\frac{3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{5}}=5$ ··························· 11 分

∴ $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 5\times 3\sqrt{2}\times\frac{7\sqrt{2}}{10}=\frac{21}{2}$. ··························· 12 分

解法二：

由 $\tan C=-7$ 得： $\tan(\frac{3\pi}{4}-B)=-7$

∴ $\frac{-1-\tan B}{1-\tan B}=-7$ ··························· 7 分

∴ $\tan B=\frac{3}{4}$，故 $4\sin B=3\cos B$ ··························· 8 分

又 $B\in(0,\ \pi)$ ∴ $\sin B=\frac{3}{5}$ ··························· 9 分

由（1）知 $A=\frac{\pi}{4}$, $b=3\sqrt{2}$

由正弦定理知： $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$

∴ $a=\frac{b\sin A}{\sin B}=\frac{3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{5}}=5$ ··························· 10 分

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ 得 $25=18+c^2-6c$，即 $c^2-6c-7=0$，解得 $c=7$ ········· 11 分

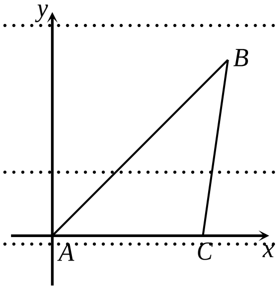
∴ $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A==\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 7\times\sin\frac{\pi}{4}=\frac{21}{2}$. ··························· 12 分

解法三：

以 A 为原点，AC 边所在直线为 x 轴建立直角坐标系（如图），则 $C(3\sqrt{2},\ 0)$ ·············· 7 分

由 $A=\frac{\pi}{4}$，得：AB 边所在直线的方程为 $y=x$ ··························· 8 分

由 $\tan C=-7$ 得：边 BC 所在直线的方程为 $y=7(x-3\sqrt{2})$ ……………………………… 9 分



由 $\begin{cases} y=x, \\ y=7(x-3\sqrt{2}). \end{cases}$ 解得： $x=y=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$

即点 B 的坐标为 $(\dfrac{7\sqrt{2}}{2}，\dfrac{7\sqrt{2}}{2})$ ……………………………………………………… 10 分

∴ AC 边上的高为 $h=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ ……………………………………………………… 11 分

∴ $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}bh=\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\dfrac{7\sqrt{2}}{2}=\dfrac{21}{2}$． ……………………………………………… 12 分

18．（12 分）

分析：本题以折叠问题为背景考查空间线面、面面间的平行与垂直的相关概念、判定与性质，空间向量方法在二面角计算中的应用，考查空间想象能力、推理论证能力和运算求解能力．本题为自编题，命制时充分分析参考了2016 年高考试题全国Ⅱ卷第 19 题、2018 年全国Ⅰ卷第 18 题的命题思路和 2018 年全国Ⅲ卷第 19 题对立几大题的难度控制，体现基础性、综合性、应用性与创新性．

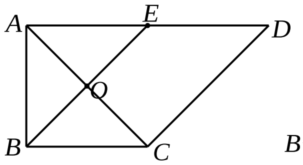


图 1

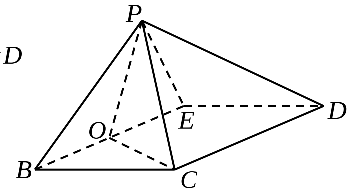


图 2

解：（1）证明：在图 1 中，由 $AB=BC$，$AE\parallel BC$，且 $AB\perp AD$ 知：四边形 $ABCE$ 是正方形…… 1 分

连结 AC，则 O 为 AC 的中点，且 $AC\perp BE$

于是，在图 2 中，有 $BE\perp OP$，$BE\perp OC$………………………………………………………… 2 分

∵ $PO\cap OC=O$，且 $PO,\ OC\subset$ 平面 POC

∴ $BE\perp$ 平面 POC ……………………………………………………………………………… 3 分

又 $BC\parallel DE$，且 $BC=DE$，

∴ 四边形 $BCDE$ 为平行四边形

∴ $CD\parallel BE$ ……………………………………………………………………………………… 4 分

∴ $CD\perp$ 平面 POC ………………………………………………………………………………… 5 分

∵ $CD\subset$ 平面 PCD

∴ 平面 $PCD\perp$ 平面 POC． ………………………………………………………………… 6 分

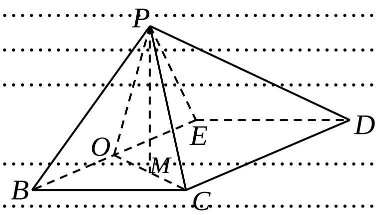
（2）过点 P 在平面 POC 内作 $PM\perp OC$，垂足为 M

由（1）知，$BE\perp$ 平面 POC

∴ $\angle POC$ 为二面角 $P-BE-C$ 的平面角 ……………………………………… 7 分

平面 $POC\perp$ 平面 $BCDE$……………………………………………………………… 8 分

∴ $\angle POC=60°$，$PM\perp$ 平面 $BCDE$ ………………………………………………… 9 分



∵ $AB=BC=2\sqrt{2}$，$AB\perp BC$，$AO=PO=OC$

∴ $\triangle POC$ 是边长为 2 正三角形，且 $BE=4$ ………………………………………… 10 分

∴ $PM=PO\sin 60°=\sqrt{\ }$ ……………………………………………………………………… 11 分

∴ $V_{P-BCDE}=\dfrac{1}{3}\times BE\times CO\times PM=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ ……………………………………………… 12 分

19．（12 分）

分析：本题考查概率与统计的基础知识、基本思想方法，考查对频率分布表、随机变量相互独立性的检验、用样本数字特征估计总体数字特征等知识的理解程度和实际应用能力，考查数据处理能力和运算求解能力．本题为自编题，命制时充分分析参考了 2017 年高考试题全国Ⅱ卷、Ⅲ卷的第 18 题和 2018 年全国Ⅲ卷第 18 题的的命题思路，体现基础性、综合性、应用性与创新性．

解：（1）由题意，该行业的男性从业人员中，业绩指标不低于 30 的频率为 $\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{10}=\dfrac{3}{10}$

该行业的女性从业人员中，业绩指标不低于 30 的频率为 $\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{10}=\dfrac{1}{2}$ …… 1 分

∴ 20 位男性中，业绩指标不低于 30 的有 $\dfrac{3}{10}\times 20=6$ 人，业绩指标低于 30 的有 14 人

20 位女性中，业绩指标不低于 30 的有 $\dfrac{1}{2}\times 20=10$ 人，业绩指标低于 30 的有 10 人 …… 2 分

由此得 2×2 列联表如下： ………………………………………………………………… 3 分

	低于 30	不低于 30	总计
男性	14	6	20
女性	10	10	20
总计	24	16	40

∴ $k=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\dfrac{40(140-60)^2}{20\times20\times24\times16}=\dfrac{5}{3}<2$ ……………………… 4 分

∴ $P(K^2\geqslant\dfrac{5}{3})>P(K^2\geqslant2.706)=0.10$ ……………………………………………… 5 分

∴ 没有 90%的把握认为此项业绩等级与性别有关．……………………………… 6 分

（2）由题意，选取的 20 位男性从业人员此项业绩指标的中位数的估计值落在区间$[20,\ 30)$ ‥7 分

设中位数的估计值为 x，则

$\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{100}(x-20)=\dfrac{1}{2}$，解得：$x=23.3$ ……………………………………………… 8 分

∴ 该行业男性从业人员此项业绩指标的中位数的估计值为 23.3 ……………………… 9 分

设选取的 20 位女性从业人员此项业绩指标的平均数的估计值为 m

由题意知：$m=\dfrac{3}{20}\times5+\dfrac{1}{20}\times15+\dfrac{3}{10}\times25+\dfrac{1}{5}\times35+\dfrac{1}{5}\times45+\dfrac{1}{10}\times55=30.5$ ………………………11 分

∴ 该行业女性从业人员此项业绩指标的平均数的估计值为 30.5 ……………………12 分

另解：由题意，选取的 20 位男性从业人员此项业绩指标的中位数的估计值落在区间$[20,\ 30)$

设中位数为 x，则 $x_i\leqslant x$ 的频率为 0.5

由频率分布表，得 $20\leqslant x_i\leqslant x$ 频率为 0.1

∴ $x=20+\dfrac{1}{10}\div\dfrac{3}{10}\times10=23.3$

20．（12 分）

分析：本题考查平面向量的概念，曲线与方程、点的轨迹等解析几何的基本内容与方法，直线与椭圆的位置关系，考查数形结合思想、函数方程思想及化归转化思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，以及分析与解决问题的能力．本题为自编题，命制时充分分析参考了 2017 年高考试题全国Ⅰ卷、Ⅱ卷的第 20 题和 2018 年全国Ⅰ卷理科第 19 题的命题思路，体现基础性、综合性、应用性与创新性．

解：（1）**解法一**

设点 $A(a,\ 0),\ B(0,\ b),\ M(x,\ y)$，则有：$a^2+b^2=9$ ①……………………………………… 1 分

由 $\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA}$，得：$(x,\ y-b)=2(a-x,\ -y)$ ……………………………………………… 2 分

∴ $\begin{cases}x=2(a-x),\\ y-b=-2y.\end{cases}$ 变形得：$\begin{cases}a=\dfrac{3}{2}x,\\ b=3y.\end{cases}$ ②………………………………………………… 3 分

由①②消去 $a,\ b$，化简得：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ …………………………………………………………… 4 分

∴ 曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ ……………………………………………………………… 5 分

解法二

由 $\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA}$ 得：$\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{MA}$ ………………………………………………………………… 1 分

∴ $3|\overrightarrow{MA}|=|\overrightarrow{BA}|=3$，故 $|\overrightarrow{MA}|=1$ ………………………………………………………… 2 分

设点 $A(a,\ 0),\ M(x,\ y)$，则由 $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{MA}$ 得：$a=3(a-x)$

∴ $a=\dfrac{3}{2}x$ ……………………………………………………………………………………… 3 分

∴ $|\overrightarrow{MA}|=1=\sqrt{(\dfrac{3}{2}x-x)^2+y^2}$，化简得：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ …………………………………… 4 分

∴ 曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ ……………………………………………………………… 5 分

解法三

设直线 AB 的倾斜角为 α，点 $M(x,\ y)$

由 $\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MA}$ 及$|AB|=3$，得：$|\overrightarrow{BM}|=2,\ |\overrightarrow{MA}|=1$ ……………………………………… 1 分

当点 M 不在 x 轴下方时，恒有$\begin{cases}x=-2\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha.\end{cases}$ ………………………………………… 2 分

当点 M 在 x 轴下方时，恒有$\begin{cases} x = 2\cos\alpha, \\ y = -\sin\alpha. \end{cases}$ ……………………………………………………3 分

消去 α 得：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ ……………………………………………………………………………4 分

∴ 曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ ………………………………………………………………5 分

（2）依题意，设直线 l 的方程为 $x=ny+1$，$P(ny_1+1,\ y_1)$，$Q(ny_2+1,\ y_2)$

∴ $k_{PD}+k_{QD}=\dfrac{y_1}{ny_1-3}+\dfrac{y_2}{ny_2-3}=\dfrac{2ny_1y_2-3(y_1+y_2)}{n^2y_1y_2-3n(y_1+y_2)+9}$ ③……………………………………7 分

由$\begin{cases} \dfrac{x^2}{4}+y^2=1, \\ x=ny+1. \end{cases}$ 消去 x，整理得：$(4+n^2)y^2+2ny-3=0$ ……………………………………8 分

$\triangle=(2n)^2+12(4+n^2)=16(n^2+3)>0$

由根与系数的关系得：$y_1+y_2=\dfrac{-2n}{4+n^2}$，$y_1y_2=\dfrac{-3}{4+n^2}$ ④ ………………………………………………9 分

由④入③得：$k_{PD}+k_{QD}=\dfrac{\dfrac{-6n}{4+n^2}+\dfrac{6n}{4+n^2}}{\dfrac{-3n^2}{4+n^2}+\dfrac{6n^2}{4+n^2}+9}=0$ ……………………………………………10 分

∴ $k_{PD}=-k_{QD}$ ……………………………………………………………………………………11 分

∴ $\angle EDP=\angle EDQ$ …………………………………………………………………………………12 分

21．（12 分）

分析：本题考查利用导数研究函数单调性的方法、函数的零点和极值的概念，导数公式与导数的运算法则，考查数形结合思想、函数方程思想、分类与整合思想及化归转化思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，以及灵活运用导数工具分析与解决问题的能力．本题为自编题，命制时充分分析参考了 2017 年高考试题全国Ⅰ卷第 21 题、2018 年全国Ⅰ卷（文科）、Ⅱ卷（理科）、Ⅲ卷（文科）第 21 题的命题思路，体现基础性、综合性、应用性与创新性．

解：（1）由 $f(x)=(ax^2+x)e^x$ 得：$f'(x)=[ax^2+(2a+1)x+1]e^x$ ……………………………………1 分

∵ $x=1$ 是函数 $f(x)$ 的一个极值点

∴ $f'(1)=[a+(2a+1)+1]e=0$，解得：$a=-\dfrac{2}{3}$ ………………………………………………2 分

∴ $f'(x)=(-\dfrac{2}{3}x^2-\dfrac{1}{3}x+1)e^x$

由 $f'(x)=0$，得 $-\dfrac{2}{3}x^2-\dfrac{1}{3}x+1=0$，解得：$x=1$，或 $x=-\dfrac{3}{2}$ ……………………………………3 分

随 x 的变化，$f'(x)$ 与 $f(x)$ 的变化规律如下表：……………………………………………………5 分

x	$x<-\dfrac{3}{2}$	$x=-\dfrac{3}{2}$	$-\dfrac{3}{2}<x<1$	$x=1$	$x>1$
$f'(x)$	−	0	+	0	−
$f(x)$	↘		↗		↘

∴ $f(x)$ 的增区间为 $(-\dfrac{3}{2},\ 1)$，减区间为 $(-\infty,\ -\dfrac{3}{2})$，$(1,\ +\infty)$ ………………………………6 分

（2）**证法一**

$f(x)\geqslant x$ 即 $(ax^2+x)e^x\geqslant x$

当 $x=0$ 时，$(ax^2+x)e^x\geqslant x$ 成立 …………………………………………………………………7 分

当 $x\neq 0$ 时，$(ax^2+x)e^x\geqslant x$ 等价于：$a\geqslant\dfrac{1}{xe^x}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{1-e^x}{xe^x}$ ……………………………………8 分

记 $g(x)=\dfrac{1-e^x}{xe^x}$，则：

当 $x<0$ 时，$e^x<1$ 且 $xe^x<0$，故 $\dfrac{1-e^x}{xe^x}<0$； ……………………………………………………9 分

当 $x>0$ 时，$e^x>1$ 且 $xe^x>0$，故 $\dfrac{1-e^x}{xe^x}<0$

∴ 当 $x\neq 0$ 时，恒有 $g(x)=\dfrac{1-e^x}{xe^x}<0$ ……………………………………………………………10 分

又　$a \geqslant 0$

∴　$a \geqslant \frac{1-e^x}{xe^x}$，即 $x \neq 0$ 时，有 $(ax^2+x)e^x \geqslant x$ 成立……………………………………………………11 分

综上可知，当 $a \geqslant 0$ 时，$f(x) \geqslant x$ 对任意实数 x 恒成立……………………………………………………12 分

证法二

$f(x) \geqslant x$ 即 $(ax^2+x)e^x \geqslant x$

当 $x=0$ 时，$(ax^2+x)e^x \geqslant x$ 成立……………………………………………………………………………7 分

当 $x \neq 0$ 时，$(ax^2+x)e^x \geqslant x$ 等价于：$ax^2e^x + x(e^x-1) \geqslant 0$ ………………………………………………8 分

记 $h(a)=ax^2e^x+xe^x-x$

由 $x \neq 0$ 知：$x^2>0$

∴　$h(a)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数

故 $h(a)=ax^2e^x+xe^x-x \geqslant 0$ 等价于 $h(a)_{\min}=h(0)=x(e^x-1) \geqslant 0$ ………………………………………9 分

又　当 $x<0$ 时，$e^x<1$，故 $x(e^x-1)>0$

　　当 $x>0$ 时，$e^x>1$，故 $x(e^x-1)>0$ ……………………………………………………………………10 分

∴　当 $x \neq 0$ 时，恒有 $x(e^x-1)>0$

∴　当 $x \neq 0$ 时，$h(a)=ax^2e^x+x(e^x-1)>0$ ………………………………………………………………11 分

综上可知，当 $a \geqslant 0$ 时，$f(x) \geqslant x$ 对任意实数 x 恒成立……………………………………………………12 分

（二）选考题：共 10 分．

22．［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

分析：本题考查圆的参数方程与直线的极坐标方程的基本概念，直角坐标方程与极坐标方程、参数方程与普通方程间的互化，直线与圆的位置关系、点到直线的距离等基础知识，考查数形结合思想、函数方程思想及化归转化思想，考查运算求解能力，以及分析与解决问题的能力．本题为 2018 年高考全国III第 6 题改编而得，体现基础性、综合性、创新性．

解：（1）由 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}$ 得：$\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=2$ …………………………………………………1 分

∴　直线 l 的直角坐标方程为 $x+y=2$ ……………………………………………………………………2 分

由 $\begin{cases} x=-2+\sqrt{2}\cos\alpha, \\ y=\sqrt{2}\sin\alpha. \end{cases}$ (α 为参数）消去参数 α 得：$(x+2)^2+y^2=2$ ……………………………3 分

∴　曲线 C 是以点 $M(-2, 0)$ 为圆心，以 $\sqrt{2}$ 为半径的圆

∵　点 M 到直线 l 的距离 $d=\frac{|-2+0-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=2\sqrt{2}>\sqrt{2}$ ………………………………………………4 分

∴　直线 l 与曲线 C 相离………………………………………………………………………………………5 分

（2）**解法一**

由（1）知：直线 l 与两坐标轴分别交于 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$

∴　$|AB|=2\sqrt{2}$ ……………………………………………………………………………………………6 分

由（1）知点 P 到直线 l 的距离的最大值为 $d+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$，最小值为 $d-\sqrt{2}=\sqrt{2}$ ………8 分

∴　$(S_{\triangle ABP})_{\max}=\frac{1}{2}|AB|\times 3\sqrt{2}=6$ ………………………………………………………………9 分

$(S_{\triangle ABP})_{\min}=\frac{1}{2}|AB|\times\sqrt{2}=2$ ………………………………………………………………10 分

解法二

设点 P 到直线 l 的距离为 h，则：

$h=\frac{|-2+\sqrt{2}\cos\alpha+\sqrt{2}\sin\alpha-2|}{\sqrt{2}}=|\sqrt{2}\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})-2\sqrt{2}|$ ……………………………………………7 分

∴　$h_{\max}=3\sqrt{2}$, $h_{\min}=\sqrt{2}$ ……………………………………………………………………………8 分

∴　$(S_{\triangle ABP})_{\max}=\frac{1}{2}|AB|\times 3\sqrt{2}=6$ ………………………………………………………………9 分

$(S_{\triangle ABP})_{\min}=\frac{1}{2}|AB|\times\sqrt{2}=2$ ………………………………………………………………10 分

23．［选修一5：不等式选讲］（10 分）

分析：本题考查不等式的基本性质、绝对值不等式的求解、分段函数等基础知识，考查数形结合思想、函数方程思想、分类与整合思想及化归转化思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力．本题为改编题，命制时充分分析参考了 2017 年高考试题全国Ⅰ卷、Ⅲ卷的第 23 题和 2018 年全国Ⅰ卷、Ⅱ卷第 23 题的命题思路，体现基础性、综合性与创新性．

解：（1）**解法一**

当 $a=2$ 时，由 $f(x)=5$ 得：$|x+3|+|x-2|=5$

当 $x\leqslant -3$ 时，原方程变形为 $-x-3+(-x+2)=5$，解得：$x=-3$ ……………………… 1 分

当 $-3<x\leqslant 2$ 时，原方程变形为 $3-x+(-x+2)=5$，解得：$-3<x\leqslant 2$ ………………… 2 分

当 $x>2$ 时，原方程变形为 $x+3+(x-2)=5$，解得：$x=2$ 与 $x>2$ 矛盾 ………………… 3 分

综上所述，x 的取值范围为 $[-3,\ 2]$ ……………………………………………………………… 5 分

解法二

当 $a=2$ 时，$f(x)=|x+3|+|x-2|$

由绝对值不等式知：$|x+3|+|x-2|\geqslant|(x+3)-(x-2)|=5$ ……………………………… 3 分

当且仅当 $-3\leqslant x\leqslant 2$ 时，等号成立 ……………………………………………………………… 4 分

∴ $|x+3|+|x-2|=5$ 的解集为 $[-3,\ 2]$，即 x 的取值范围为 $[-3,\ 2]$ …………………… 5 分

（2）**解法一**

由 $a>0$ 知：$a>-3$

∴ $f(x)=|x+3|+|x-a|=\begin{cases}-2x-3+a, & x\leqslant -3,\\ 3+a, & -3<x\leqslant a,\\ 2x+3-a, & x\geqslant a.\end{cases}$ ……………………………… 6 分

当 $3+a\geqslant 6$ 时，不等式 $f(x)\geqslant 6$ 的解集为 $\mathbf{R}$，不合题意 ……………………………… 7 分

当 $3+a<6$ 时，不等式 $f(x)\geqslant 6$ 可化为：

$\begin{cases}-2x-3+a\geqslant 6,\\ x\leqslant -3.\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2x+3-a\geqslant 6,\\ x\geqslant a.\end{cases}$ ……………………………………………… 8 分

即 $\begin{cases}x\leqslant \dfrac{a-9}{2},\\ x\leqslant -3.\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\geqslant \dfrac{3+a}{2},\\ x\geqslant a.\end{cases}$ ………………………………………………………… 9 分

∵ $f(x)\geqslant 6$ 的解集为 $(-\infty,\ -4]\cup[2,\ +\infty)$

∴ $\dfrac{a-9}{2}=-4$，解得：$a=1$

经检验，$a=1$ 符合题意，故 $a=1$ ……………………………………………………………… 10 分

解法二

由 $f(x)\geqslant 6$ 得：$|x+3|+|x-a|\geqslant 6$

∵ $f(x)\geqslant 6$ 的解集为 $(-\infty,\ -4]\cup[2,\ +\infty)$

∴ $x=-4$ 与 $x=2$ 是 $f(x)=6$ 的两根，即 $\begin{cases}|-4+3|+|-4-a|=6, & ①\\ |2+3|+|2-a|=6. & ②\end{cases}$ …………………… 7 分

由①得：$|a+4|=5$，解得：$a=1$ 或 $a=-9$ ………………………………………………… 8 分

由②得：$|-a+2|=1$，解得：$a=1$ 或 $a=3$ ………………………………………………… 9 分

∴ $a=1$ ……………………………………………………………………………………………… 10 分

备注：

因命题者水平有限，试题一定存在诸多不足之处，还可能出现答案有疏漏或错误及评分标准不合理等不足，望各位同仁在体谅的同时批评指正！更欢迎各位老师加 QQ 群 524986271 就命题工作提出宝贵建议与意见，以帮助我们提升试题质量。

祝各位老师寒假愉快！新年顺心如意！